

Herrn Prof. Greuner

HEINRICH-HERTZ-INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG
BERLIN-CHARLOTTENBURG

Technischer Bericht Nr. 38

Vergleich analoger und digitaler Nachrichtenverarbeitung
von Radarimpulsen

Dipl.-Ing. W. STORZ
Dipl.-Ing. W. D. WIRTH

H 38

1 9 6 0

Vergleich analoger und digitaler Nachrichtenverarbeitung von Ra-
darimpulsen

Zusammenfassung

Das mehrfache Echo eines Radarzieles wird ausgenutzt, um die Erkennbarkeit des Zieles im Rauschen zu verbessern. Es wird untersucht, in welchem Maße bei der digitalen Verarbeitung Informationsverluste gegenüber einer als ideal anzusehende analogen Verarbeitung entstehen.

Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung

Die Bearbeiter

gez. Storz

(Dipl.-Ing. W. Storz)

gez. Wirth

(Dipl.-Ing. W.D. Wirth)

Der Abteilungsleiter

gez. Gundlach

(Prof.Dr.-Ing. F.W. Gundlach)

Der Institutsdirektor

gez. Cremer

(Prof.Dr.-Ing. L. Cremer)

Berlin-Charlottenburg, den 17. Dezember 1959



I. Einleitung

Bei den heute üblichen Rundstrahlradargeräten erhält man beim Überstreichen eines Punktzieles durch die Radarantenne mehrere Echoimpulse, da sich die Radarantenne zwischen zwei aufeinanderfolgenden Sendepulsen um einen Winkel $\Delta\varphi$ dreht, der kleiner ist als der Antennenöffnungswinkel 2β . Die Anzahl der empfangenen Impulse wird

$$m = \frac{2\beta}{\Delta\varphi} = \frac{\beta f_s T_A}{180^\circ} \quad (1)$$

mit f_s = Sendepulsfolgefrequenz

T_A = Umdrehungszeit der Antenne

m ist im allgemeinen 10 bis 20. Diese Tatsache macht man sich zunutze, um das Verhältnis von Signalamplitude zu effektiver Rauschspannung, das wir fernerhin mit a bezeichnen, zu vergrößern und damit die Störanfälligkeit zu verkleinern. Addiert man nämlich die von einem Ziel erhaltenen m Echoimpulse, so wächst die Summe der Signalspannungen etwa linear mit m , während der Effektivwert der Rauschspannung mit \sqrt{m} anwächst, das obige Verhältnis a sich also etwa um den Faktor \sqrt{m} vergrößert. Bei normalen Radargeräten erfolgt die Summation durch das Nachleuchten des Schirmes und die Trägheit des Auges.

Zur Beurteilung eines Radarbildes ist es notwendig zu wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Fehler bei der Auswertung vorkommen. Hierfür liefert a jedoch kein brauchbares Kriterium. Wir wenden uns daher der Betrachtung der Wahrscheinlichkeiten zu. Bei der Auswertung vergleichen wird die Summenspannung der m Echoimpulse mit einer regelbaren Schwellspannung. Ist die Summenspannung größer, wird ein Ziel als vorhanden angenommen. Dabei können allein durch

Rauschspitzen Ziele vorgetäuscht werden. Die Wahrscheinlichkeit für diese falsche Meldung wollen wir Falschmeldewahrscheinlichkeit nennen. Je höher die Schwellspannung gelegt wird, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, daß durch Rauschspitzen Ziele vorgetäuscht werden, die Falschmeldewahrscheinlichkeit ist klein.

Liegt nun ein Ziel vor, so kann es geschehen, daß dessen Echoimpulse durch das Rauschen vermindert oder ausgelöscht werden. Die Folge ist, daß die Ziele nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, der Entdeckungswahrscheinlichkeit angezeigt werden. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit wird natürlich mit wachsendem a ansteigen. Sie ist aber außerdem von der eingestellten Schwellspannung abhängig. Wenn wir die Falschmeldewahrscheinlichkeit klein haben wollen, müssen wir die Schwellspannung groß wählen. Dadurch wird aber auch die Entdeckungswahrscheinlichkeit klein.

II. Berechnung der Entdeckungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Falschmeldewahrscheinlichkeit

1) Analoge Nachrichtenverarbeitung

Ein Blockschaltbild für analoge Verarbeitung zeigt Abb. 1. Ein linearer Gleichrichter erhält vom Empfänger ein Gemisch von Signal- und Rauschspannung und gibt diese Spannung gleichgerichtet auf eine Summierungsschaltung, die z.B. mit einer elektronischen Speicherröhre ausgeführt werden kann. Im nachfolgenden Diskriminator wird die Summenspannung mit der Schwellspannung verglichen und bei Erreichen oder Überschreiten der Schwellspannung ein Ziel angezeigt.

Es sei $P(X-dX < x < X)$ die Wahrscheinlichkeit, daß die statistisch verteilte Variable x in das Intervall $X - dX < x < X$ fällt, dann ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)$ definiert durch [1]

$$p(x) = \frac{P(X-dX < x < X)}{dX}$$

Als statistisch verteilte Variable x betrachten wir hier die normierte Videospannung hinter dem linearen Gleichrichter. Nehmen wir an, daß wir vor dem linearen Gleichrichter ein Sinussignal haben, dem ein schmalbandiges Rauschen überlagert ist, so erhalten wir nach [1] für die Wahrscheinlichkeitsdichte von x

$$p(x) = x \cdot e^{-\frac{x^2+a^2}{2}} \cdot I_0(ax) \quad (2)$$

mit $x = \frac{V}{G_n}$; $a = \frac{A_1}{G_n}$; $I_0 =$ modifizierte Besselfunktion 0. Ordnung

$V =$ Videospannung

$A_1 =$ Signalamplitude vor der Gleichrichtung

$G_n =$ Effektivwert der Rauschspannung vor der Gleichrichtung

Wir suchen nun die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summenspannung nach der Summierungsschaltung. Gegeben ist uns mit (2) die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_v)$ der normierten Videospannung x_v hinter dem Gleichrichter, gesucht ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\sum_{v=1}^m x_v)$ der Summe über die normierten Videospannungen, die statistisch voneinander unabhängig sind. Nun ergibt nach [1] für statistisch unabhängige x_v die $(m-1)$ -malige Faltung von $p(x_v)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\sum_{v=1}^m x_v)$. Wir erhalten also die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\sum_{v=1}^m x_v)$ durch $(m-1)$ -malige Faltung der mit (2) gegebenen Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_v)$. Es sei ξ die Schwelle. Falls $\sum_{v=1}^m x_v \geq \xi$ werde ein Ziel als vorhanden angenommen. Liegt ein Ziel vor, so werde die Wahrscheinlichkeit, daß $\sum_{v=1}^m x_v \geq \xi$ ist, Entdeckungswahrscheinlichkeit Q_s genannt. Es gilt:

$$Q_S(a; m; \xi) = P \left(\sum_{v=1}^m x_v \geq \xi \right) = \int_{\xi}^{\infty} p \left(\sum_{v=1}^m x_v \right) dx \quad (3)$$

Die Entdeckungswahrscheinlichkeit Q_S ergibt sich als eine Funktion des Verhältnisses von Signalamplitude zu effektiver Rauschspannung a , der Anzahl der Summanden m und der Schwelle ξ .

Haben wir nur Rauschen ($a = 0$), so erhalten wir bei Schwellüberschreitung Falschmeldungen. Die Falschmeldewahrscheinlichkeit Q_R bestimmt sich zu

$$Q_R(m; \xi) = Q_S(0; m; \xi) \quad (4)$$

Nach (4) ist Q_R eine Funktion von m und ξ ; wir können daher ξ aus (3) mit (4) eliminieren und erhalten Q_S als Funktion von Q_R mit a und m als Parameter.

Die Größe $\int_{\xi}^{\infty} p \left(\sum_{v=1}^m x_v \right) dx$ wurde von Herrn M a u n z, (Telefunken) in einem unveröffentlichten technischen Bericht über Rauschprobleme für die durch (2) gegebene Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_v)$ bestimmt. Mit den dort abgeleiteten Formeln berechneten wir $Q_S(a; m; \xi)$ und $Q_R(m; \xi)$ für zehnfache Summation ($m = 10$), eliminierten dann ξ und stellten Q_S über Q_R mit a als Parameter dar (siehe Abb. 2). Die Parameterwerte $a = 1$, $\sqrt{2}$ und 2 entsprechen etwa der Grenze der Erkennbarkeit von Zielen bei zehnfacher Summation. Für $a = 0$ wird die Entdeckungswahrscheinlichkeit gleich der Falschmeldewahrscheinlichkeit, da hier nur Rauschen vorliegt, jedes angezeigte Ziel mit $a = 0$ also auch ein Falschziel ist.

2.) Digitale Informationsverarbeitung in zwei Stufen

Wir wollen nun diesem als ideal anzusehenden analogen Summationsverfahren ein möglichst vereinfachtes digitales Summationsverfahren gegenüberstellen und untersuchen, wie groß der dabei auftretende Informationsverlust ist. Abb. 1 zeigt ein

Blockschaltbild dieses Verfahrens. Nach dem linearen Gleichrichter ist hier eine Quantisierungsstufe eingefügt. Die Summierung geschieht anschließend in einem Zähler. Der nachfolgende Diskriminator zeigt bei Erreichen oder Überschreiten einer Schwelle ein Ziel an. Den größten Informationsverlust werden wir erhalten, wenn wir die Videospannung nur in zwei Werte 0 und 1 quantisieren. Für diese Art der Informationsverarbeitung wollen wir die Entdeckungs- und Falschmeldewahrscheinlichkeit berechnen.

Immer wenn die normierte Videospannung eine Quantisierungsschwelle η überschreitet, gibt die Quantisierungsstufe eine 1 ab, andernfalls eine 0. Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine 1 auftritt, ist von der Schwelle η abhängig. Vor der Quantisierungsstufe haben wir die durch (2) gegebene Wahrscheinlichkeitsdichte.

Liegt nur Rauschen vor ($a = 0$), so geht die Gleichung (2) über in

$$p_R(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine 1 abgegeben wird, ist

$$P_R(\eta) = P(x \geq \eta) = \int_{\eta}^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx = e^{-\frac{\eta^2}{2}} \quad (5)$$

Damit ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei alleinigem Rauschen Einsen auftreten, mit der Schwelle η der Quantisierungsstufe gekoppelt.

Tritt nun ein Signal zum Rauschen hinzu ($a \neq 0$), dann ist mit (2) die Wahrscheinlichkeit, mit der nun eine 1 abgegeben wird

$$P_S(\eta; a) = P(x \geq \eta) = \int_{\eta}^{\infty} x e^{-\frac{x^2+a^2}{2}} I_0(ax) dx \quad (6)$$

P_S ergibt sich als Funktion von η und a .

Die so quantisierte Signalspannung wird aufaddiert. Wir haben dann wie bei der analogen Summation zwei Fälle:

Es ist ein Ziel vorhanden, die Einzen treten mit der Wahrscheinlichkeit P_S auf, oder aber es ist kein Ziel vorhanden, wir empfangen nur Rauschen, die Einzen treten nur mit der Wahrscheinlichkeit P_R auf. Wir bilden nun die Summe über m quantisierte Einzelspannungen und vergleichen diese Summe mit einer Summenschwelle k . Ist die Summe mindestens gleich k , wird ein Ziel angenommen. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Summe n innerhalb von m Summanden der Größe 0 oder 1 ist durch die Binomialverteilung gegeben. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Summe n mindestens gleich der Schwelle k ist, ergibt sich daher aus der Summe über die Binomialverteilung für $n \geq k$. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit, daß die Schwelle k erreicht oder überschritten wird, ist also

$$Q(k; m; P) = \sum_{n=k}^m \binom{m}{n} P^n (1-P)^{m-n} \quad (7)$$

Für P ist entweder P_S oder P_R einzusetzen; je nachdem ob ein Ziel vorliegt oder nicht. Wir erhalten so die Entdeckungswahrscheinlichkeit

$$Q_S = Q\{k; m; P_S(\eta; a)\} = Q_S\{k; m; \eta; a\} \quad (8)$$

und die Falschmeldewahrscheinlichkeit

$$Q_R = Q\{k; m; P_R(\eta)\} = Q_R\{k; m; \eta\} \quad (9)$$

Hier sind Entdeckungswahrscheinlichkeit und Falschmeldewahrscheinlichkeit Funktionen von zwei Schwellen, der kontinuierlich veränderbaren Quantisierungsschwelle η und der diskreten Summenschwelle k .

Wir nahmen wie bei der analogen Verarbeitung eine zehnfache Summation an ($m = 10$), berechneten dann $Q_S(k; 10; \eta; a)$ und $Q_R(k; 10; \eta)$, eliminierten die Quantisierungsschwelle η und stellten Q_S über Q_R mit a und k als Parameter dar (s. Abb. 2). Für a wählten wir wie bei der analogen Summation $1, \sqrt{2}$ und 2 , für k wählten wir die Werte $3, 5$ und 7 . Um die Übersichtlichkeit zu bewahren, begnügten wir uns mit diesen drei Parameterwerten von k . Die Quantisierungsschwelle η ist durch Markierungen längs der Kurven angegeben.

III. Vergleich beider Verfahren

In Abbildung 2 ist die Entdeckungswahrscheinlichkeit über der Falschmeldewahrscheinlichkeit für die analoge und die binäre Verarbeitung dargestellt mit den Parametern a bzw. a und k . Es zeigt sich, daß es bei binärer Verarbeitung für die Schwellen η und k zwar eine optimale Einstellung gibt, um möglichst nahe an die entsprechenden Kurven für analoge Verarbeitung heranzukommen, daß aber das Optimum nicht sehr scharf ausgeprägt ist. Man hat es daher nicht nötig, bestimmte Werte genau einzustellen. Es zeigt sich aber an diesem Diagramm vor allen Dingen, daß die Entdeckungswahrscheinlichkeit bei einer bestimmten Falschmeldewahrscheinlichkeit und einem bestimmten a nur unbedeutend kleiner als bei analoger Summation ist.

Eine bessere und anschaulichere Vergleichsmöglichkeit bietet uns noch die Betrachtung von a . Zur Unterscheidung nennen wir beim analogen Verfahren das Verhältnis von Signalamplitude zu effektiver Rauschspannung a_a , beim binären Verfahren a_b . Wir bestimmen nun durch lineare Interpolation, um welchen Faktor a_b gegenüber a_a etwa vergrößert werden muß, damit wir bei einer vorgegebenen Falschmeldewahrscheinlichkeit für binäre Verarbeitung dieselbe Entdeckungswahrscheinlichkeit erhalten wie für analoge Verarbeitung. Für einen Vergleich wählen wir z.B. eine Falschmeldewahrscheinlichkeit $Q_R = 2 \cdot 10^{-4}$. Bei analoger Verarbeitung sei nun $a_a = \sqrt{2}$ also $Q_S = 0,2$. Für die binäre Verarbeitung nehmen

wir die in diesem Bereich günstigste Schwelle $k = 5$ an. Zur linearen Interpolation verwenden wir die Punkte $a_b = \sqrt{2}$ mit $Q_s = 0,12$ und $a_b = 2$ mit $Q_s = 0,58$ und erhalten daraus für $Q = 0,2$ einen Wert $a_b = 1,51$. Der Quotient V der Verhältnisse von Signalamplitude zu effektiver Rauschspannung, die bei binärer bzw. analoger Verarbeitung zur Erreichung desselben Punktes $Q_R = 2 \cdot 10^{-4}$; $Q_s = 0,2$ benötigt werden, ist also

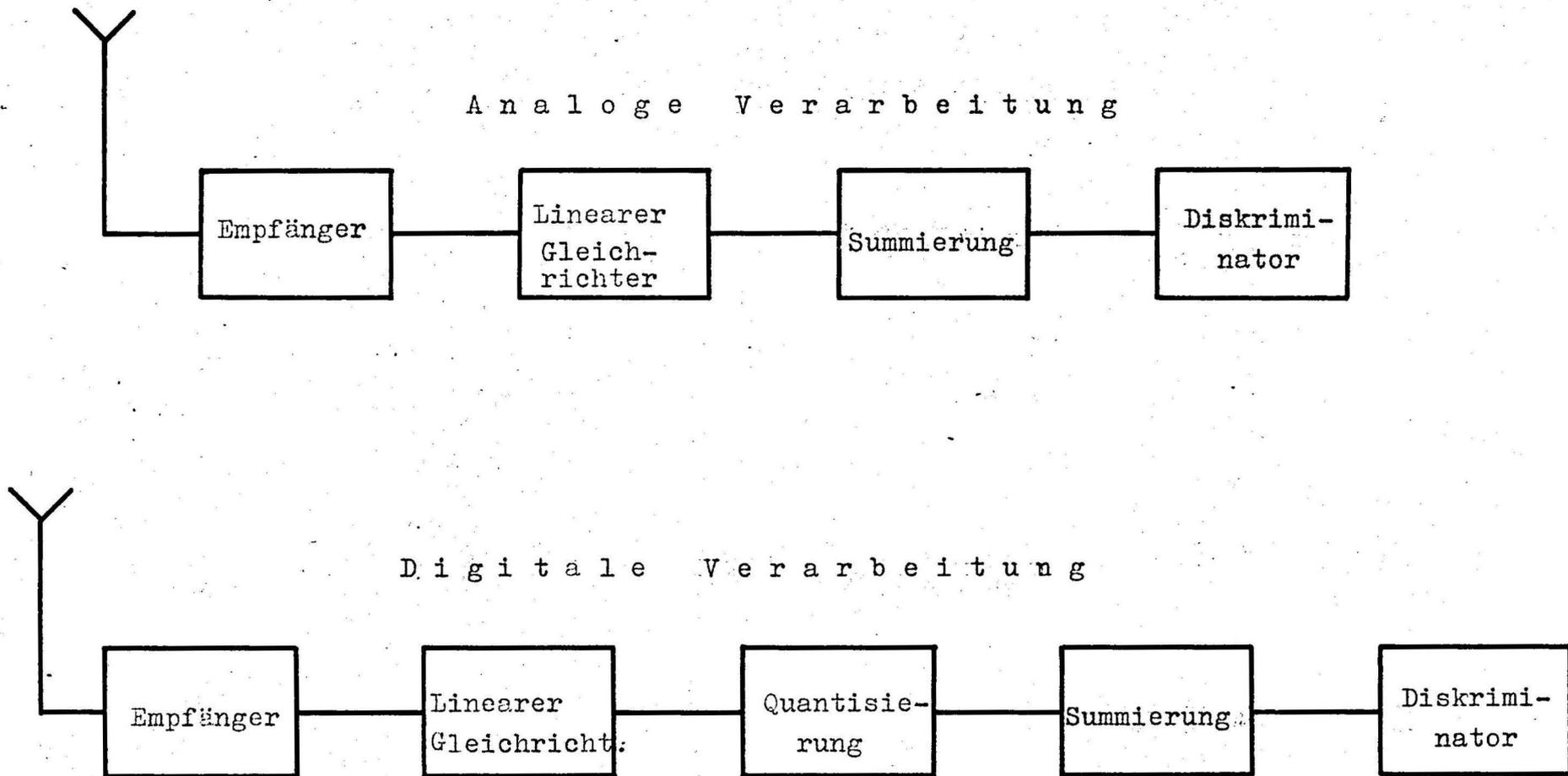
$$V = \frac{a_b}{a_a} = \frac{1,51}{\sqrt{2}} = 1,08$$

Führt man die Interpolation auch noch für andere Punkte aus, so ergibt sich, daß bei optimaler Wahl von k das Verhältnis V etwa im Bereich 1,08 bis 1,15 liegt. Da a_b und a_a normierte Spannungen sind, kennzeichnet V das Spannungsverhältnis. Das Leistungsverhältnis N ist daher $N = V^2$; es hat nach obigem Werte zwischen 1,15 und 1,3.

Wir müssen also bei zehnfacher Summierung für die binäre Verarbeitung die Signalleistung um 15 % bis 30 % vergrößern, um dieselben Verhältnisse wie bei analoger Verarbeitung zu erhalten. Dieser Unterschied ist jedoch unerheblich. Berücksichtigen wir noch, daß eine analoge Verarbeitung immer verlustbehaftet ist, dann ergibt sich, daß in Bezug auf Zielerkennung beide Verfahren beinahe gleichwertig sind. Es lohnt sich auch nicht, ein digitales Verfahren anzuwenden, das mit mehr als zwei Spannungstufen bei der Quantisierung arbeitet, da der Informationsverlust beim binären Verfahren bereits so gering ist.

L i t e r a t u r

- [1] DAVENPORT and ROOT "Random signals and noise", McGraw-Hill 1958
- [2] J.V. HARRINGTON "An Analysis of Detection of Repeated Signals in Noise by Binary Integration" IRE Transactions, Information Theory, März 1955 .



Vergleich zwischen analoger und digitaler Nachrichtenverarbeitung

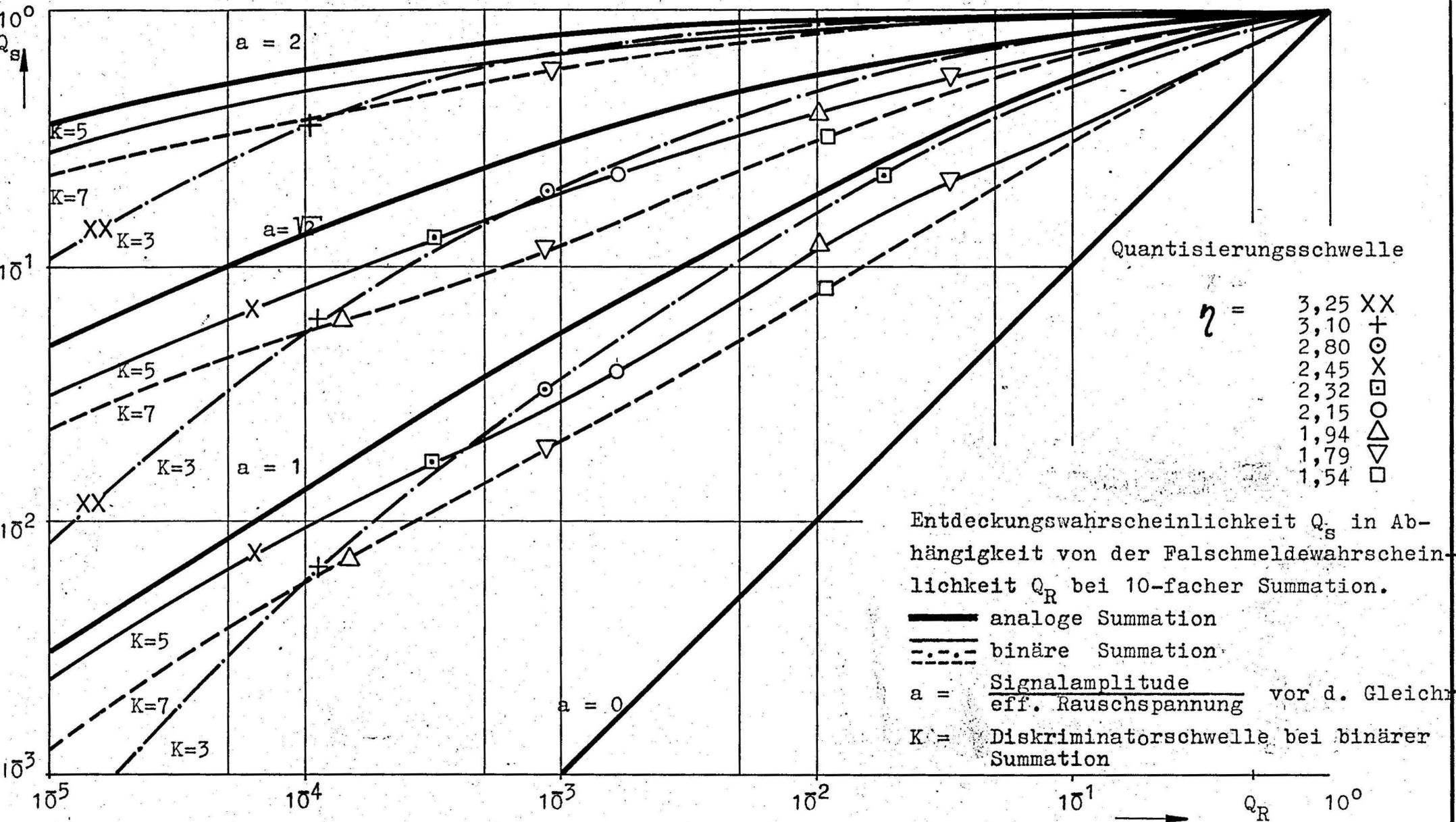


Abb. 2